云南师范大学 2010——2011 学年上学期统一考试

《热力学统计物理》试卷

学院 物电学院 专业 物理类 班级______ 学号____________ 姓名_______

考试方式：闭卷　　　　考试时量：120 分钟　　试卷编号：A 卷

题号	一	二	三	四	总分	评卷人
得分						

一 判断题（每小题 2 分，共 20 分，请在括号内打“√”或打“×”）

1、(　　) 热力学是研究热运动的微观理论，统计物理学是研究热运动的宏观理论。

2、(　　) 热力学平衡态与孤立系统的熵最小、微观粒子混乱度最小以及微观状态数最少的分布对应。

3、(　　) 在等温等压系统中自由能永不减小，可逆过程自由能不变，不可逆过程自由能增加。

4、(　　) 对平衡辐射而言，物体在任何频率处的面辐射强度与吸收因数之比对所有物体相同，是频率和温度的普适函数。

5、(　　) 处于孤立状态的单元二相系，如果两相热平衡条件未能满足，能量将从高温相传到低温相去。

6、(　　) 在准静态过程中外界对系统所作的功等于粒子分布不变时由于能级改变而引起的的内能变化。

7、(　　) 玻耳兹曼分布是玻耳兹曼系统中微观状态数最多的分布，出现的概率最大，称为最概然分布。

8、(　　) 在弱简并情况下，费米气体的附加内能为负，量子统计关联使费米子间出现等效的吸引作用。

9、(　　) 出现玻色-爱因斯坦凝聚现象时，玻色系统的内能、动量、压强和熵均为零。

10、(　　) 费米气体处在绝对零度时的费米能量、费米动量和费米简并压强和熵均为零。

二 填空题（每空 2 分，共 20 分）

1、发生二级相变时两相化学势、化学势的一级偏导数________，但化学势的_______级偏导数发生突变。

2、普适气体常数 R 与阿伏伽德罗常数 N_0 和玻耳兹曼 k 之间的数学关系为________________________。

3、孤立系统平衡的稳定性条件表示为____________________________和________________________。

4、如果采用对比变量，则范氏对比方程表示为____。

5、玻耳兹曼的墓志铭用数学关系表示为___________________。费米分布表示为___________________。

6、绝对零度下自由电子气体的内能 U（0）与费米能量μ（0）之间的数学关系为__________________。

7、____公式在低频段与普朗克辐射曲线相符合。

三 简述题（每小题 8 分，共 16 分）

1、简述热力学第一定律和热力学第二定律；谈谈你对节约能源、低碳生活以及可持续发展的认识。

2、简述玻色－爱因斯坦凝聚现象；谈谈玻色－爱因斯坦凝聚现象与气-液相变之间的差别。

四 计算题（共 44 分）

积分公式： $I(2)=\int_0^\infty e^{-\alpha x^2}x^2dx=\frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^{3/2}}$ $I(3)=\int_0^\infty e^{-\alpha x^2}x^3dx=\frac{1}{2\alpha^2}$

1、利用雅可比行列式证明：$\kappa_s/\kappa_T=C_V/C_p$。（6 分）

2、已知简单热力学系统的特性函数 F，求系统的（1）内能；（2）焓；（3）吉布斯函数。（12 分）

2、表面活性物质的分子在液面上作二维自由运动，可以看作二维气体。已知二维气体的麦克斯韦速率概率分布为 $\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})e^{-\frac{m}{2kT}v^2}vdv$。试求（1）平均速率；（2）方均根速率；（3）速率涨落。（12 分）

4、已知电子气体的巨配分函数的对数为 $\ln\Xi=\frac{16\pi V}{15h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}(-\alpha)^{5/2}(1+\frac{5\pi^2}{8\alpha^2})$。利用费米系统热力学量的统计表达式计算（1）自由电子气体内能；（2）物态方程；（3）平均粒子数；（4）熵。（14 分）

云南师范大学2010——2011学年上学期统一考试

《热力学统计物理》试卷

学院 物电学院 专业 物理类 班级_______ 学号_____________ 姓名__________

考试方式：闭卷　　　**考试时量：**120分钟　　**试卷编号：**B卷

题号	一	二	三	四	总分	评卷人
得分						

一 判断题（每小题2分，共20分，请在括号内打“√”或打“×”）

1、(　　) 热力学是研究热运动的宏观理论，统计物理学是研究热运动的微观理论。

2、(　　) 热力学平衡态与热力学稳恒态不同，前者有孤立条件的要求，后者则没有。

3、(　　)在等温等容系统中吉布斯函数永不减小，可逆过程吉布斯函数不变，不可逆过程吉布斯函数增加。

4、(　　) 绝对黑体的面辐射强度与平衡辐射的辐射通量密度完全相同，所以平衡辐射也称为黑体辐射。

5、(　　) 处于孤立状态的单元二相系，在两相热平衡条件已经满足但力学平衡条件未能满足的情况下，压强小的相将膨胀，压强大的相将被压缩。

6、(　　) 在准静态过程中系统从外界吸收的热量等于粒子分布不变时由于能级改变而引起的内能变化。

7、(　　) 玻色分布是玻色系统微观状态数最多的分布，出现的概率最大，称为最概然分布。

8、(　　) 在弱简并情况下，玻色气体的附加内能为正，量子统计关联使玻色子间出现等效的吸引作用。

9、(　　) 发生玻色-爱因斯坦凝聚现象时，玻色凝聚体的内能、动量、压强和熵均为零。

10、(　　) 费米气体处在绝对零度时的费米能量、费米动量、费米简并压强和熵均不为零。

二 填空题（每空2分，共20分）

1、发生一级相变时两相__________________连续，但化学势的________________________发生突变。

2、利用准静态绝热过程制冷的依据用气体的温度随压强的变化率表示为________________________。

3、普适气体常数R与阿伏伽德罗常数N_0和玻耳兹曼k之间的数学关系为______________________。

4、如果用α表示液相，β表示气相，则形成半径为r的液滴的力学平衡条件为___________________。

5、玻耳兹曼的墓志铭用数学关系表示为_________________。玻色分布的数学表示为______________。

6、绝对零度下自由电子气体的费米压强p（0）与费米能量μ（0）之间的数学关系为______________。

7、____公式在高频段与黑体辐射实验曲线相符合。

8、对于处在平衡状态的孤立系统，系统各个可能的微观状态出现的概率 _________________________。

一.　简述题（每小题8分，共16分）

1、简述热力学平衡态和热力学稳恒态；谈谈你对耗散结构和生命过程关系的认识。

2、用量子统计得到的熵与用经典统计得到的熵有何不同，两者之间是如何转化的？

四 计算题（共 44 分）

积分公式： $I(2)=\int_0^\infty e^{-\alpha x^2}x^2dx=\frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^{3/2}}$

1、利用 $C_p-C_V=T(\frac{\partial p}{\partial T})_V(\frac{\partial V}{\partial T})_p$ 证明，对理想气体 $C_p-C_V=nR$。（6 分）

2、 已知简单热力学系统的特性函数 H，求系统的（1）内能;(2)自由能;(3)吉布斯函数。（12 分）

3、 表面活性物质的分子在液面上作二维自由运动，可以看作二维气体。已知二维气体的麦克斯韦速率概率分布为 $\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})e^{-\frac{m}{2kT}v^2}vdv$。试求（1）速率分布函数 f(v)；（2）最概然速率；（3）平均速率。（12 分）

4、顺磁固体体积 V 中 N 个磁性离子定域在晶体的特定格点上,在密度较低,彼此相距足够远时相互作用可以忽略，这时顺磁性固体可以当作定域系统。假定磁性离子磁矩 μ 在外磁场 B 中有两个非简并的分离能级 ε = ± μB。试求（1）配分函数；（2）顺磁固体的内能（3）顺磁固体的熵。（14 分）

云南师范大学2010——2011学年上学期统一考试

《热力学统计物理》试卷

学院 物电学院 专业 物理类 班级______学号____________姓名___________

考试方式：闭卷　　　**考试时量：**120分钟　　　**试卷编号：**C卷

题号	一	二	三	四	总分	评卷人
得分						

一 判断题（每小题2分，共20分，请在括号内打“√”或打“×”）

1、(　　) 热力学是研究热运动的宏观理论。统计物理学是研究热运动的微观理论。

2、(　　) 热力学平衡态与热力学系统的熵最大、微观粒子混乱度最大以及微观状态数最多的分布对应。

3、(　　) 在等内能等容系统中熵增加的过程永远不会发生，可逆过程熵不变，不可逆过程熵减小。

4、(　　) 平衡辐射的内能密度u和内能密度按频率的分布u(ω)只取决于温度，与空窖的其它性质无关。

5、(　　) 处于孤立状态的单元二相系，在两相热平衡条件已经满足，但化学平衡条件未能满足的情况下，物质将由化学势高的相转移到化学势低的相去。

6、(　　) 在准静态过程中系统从外界吸收的热量等于能级不变时粒子在各能级重新分布所增加的内能。

7、(　　) 费米分布是费米系统微观状态数最少的分布，出现的概率最小，称为最概然分布。

8、(　　) 在弱简并情况下，费米气体的附加内能为正。量子统计关联使费米子间出现等效的吸引作用。

9、(　　) 出现玻色-爱因斯坦凝聚现象时，玻色-爱因斯坦凝聚体的内能、动量、压强和熵均为零。

10、(　　) 在绝对零度下，自由电子气体的费米能量、费米动量、费米简并压强和熵均不为零。

二 填空题（每空2分，共20分）

1、发生n级相变时，两相化学势、化学势的一级偏导数、直到n-1级偏导数连续，但n级偏导数_____。

2、卡诺定理指出，对所有工作于两个一定温度之间的热机，以_________________________的效率最高。

3、利用准静态绝热过程去磁制冷的依据用温度随磁场的变化率表示为___________________________。

4、平衡的稳定性条件表示为______________________________和_______________________________。

5、如果用α表示液相，β表示气相，则形成半径为r的气泡的力学平衡条件为_____________________。

6、玻耳兹曼的墓志铭用数学关系表示为______________。玻耳兹曼分布表示为_____________________。

7、绝对零度下自由电子气体中每一个自由电子的平均内能与费米能量μ（0）之间的数学关系为______。

8、在绝对零度时，费米能级以下的所有能级的一个量子态上的平均粒子数为_______________________。

三 简述题（每小题8分，共16分）

1、简述热力学第一定律和热力学第二定律，谈谈你对节约能源、低碳生活以及可持续发展的认识。

2、谈谈电子气体的费米简并压强的来源和特点；简述恒星、中子星和白矮星内部的力学平衡机制。

四 计算题（共 44 分）

积分公式： $I(2)=\int_0^\infty e^{-\alpha x^2}x^2dx=\frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^{3/2}}$， $I(3)=\int_0^\infty e^{-\alpha x^2}x^3dx==\frac{1}{2\alpha^2}$

1、定量证明理想气体绝热线比等温线陡。（8 分）

2、已知简单热力学系统的特性函数 U，求系统的（1）焓；（2）自由能；（3）吉布斯函数。（12 分）

3、表面活性物质的分子在液面上作二维自由运动，可以看作二维气体。已知二维气体的麦克斯韦速率概率分布为 $\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})e^{-\frac{m}{2kT}v^2}vdv$。试求（1）速率分布函数 $f(v)$；（2）气体速率的涨落 $\overline{(V-\overline{V})^2}$。（12 分）

4、已知光子气体的巨配分函数的对数 $\ln\Xi=\frac{\pi^2V}{45c^3}\frac{1}{(\beta\hbar)^3}$。利用玻色系统热力学量的统计表达式计算光子气体的（1）内能；（2）物态方程；（3）熵；（4）斯特藩—玻耳兹曼常量σ。（12 分）

云 南 师 范 大 学 课 程 考 试

试 卷 参 考 答 案 及 评 分 标 准

课程名称：《热力学统计物理》　　　考试班级：__08 物理类__

试卷编号：__A 卷__　命题教师签名：________　______年___月___日

一.　判断题（每小题 2 分，共 20 分）

1✕　2✕　3✕　4✓　5✓　6✓　7✓　8✕　9✕　10✕

二.　填空题（每空 2 分，共 20 分）

1、连续，二；2、$R = kN_0$；3、$C_V > 0, (\frac{\partial p}{\partial V})_T < 0$　4、$(p^* + \frac{3}{v^{*2}})(v^* - \frac{1}{3}) = \frac{8}{3}t^*$

5、$S = k\ln\Omega$，$a_l = \dfrac{\omega_l}{e^{\alpha+\beta\varepsilon_l}+1}$；6、$U(0) = \frac{3}{5}N\mu(0)$；　7、瑞利-金斯

三.　简述题（每小题 8 分，共 16 分）

解答（略）

四. 计算题（6 分、12 分、12 分、14 分，共 44 分）

1．解：
$$\kappa_s / \kappa_T = \frac{-\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial p})_S}{-\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial p})_T} = \frac{\frac{\partial(V,S)}{\partial(p,S)}}{(\frac{\partial(V,T)}{\partial(p,T)}} = \frac{\frac{\partial(V,S)}{\partial(V,T)}}{(\frac{\partial(p,S)}{\partial(p,T)}} =$$

$$= \frac{(\frac{\partial S}{\partial T})_V}{(\frac{\partial S}{\partial T})_p} = \frac{T(\frac{\partial S}{\partial T})_V}{T(\frac{\partial S}{\partial T})_p} = C_V / C_p$$
（每个等号1分）

2．解：自由能的全微分 $dF=(\frac{\partial F}{\partial T})_V dT+(\frac{\partial F}{\partial V})_T dV,$ （2分）

比较热力学方程 $dF=-SdT-pdV$ （2分）

得熵和物态方程 $S=-(\frac{\partial F}{\partial T})_V \quad p=-(\frac{\partial F}{\partial V})_T$ （2分）

内能 $U=F+ST=F-T\frac{\partial F}{\partial T}$ （2分）

焓 $H=U+pV=F-T\frac{\partial F}{\partial T}-V\frac{\partial F}{\partial V}$ （2分）

吉布斯函数 $G=H-ST=F-T\frac{\partial F}{\partial T}-V\frac{\partial F}{\partial V}+T\frac{\partial F}{\partial T}$

$=F-V\frac{\partial F}{\partial V}$ （2 分）

3．解：（1）$\overline{V}=\int v\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})\int_0^\infty v^2 e^{-\frac{m}{2kT}v^2}dv=\sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}$ （4 分）

（2）$\overline{V^2}=\int v^2\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})\int_0^\infty v^3 e^{-\frac{m}{2kT}v^2}dv=\frac{2kT}{m}$ （4 分）

（3）$\overline{(V-\overline{V})^2}=\overline{V^2}-\overline{V}^2=\frac{2kT}{m}-\frac{\pi kT}{2m}=(4-\pi)\frac{kT}{2m}$ （4 分）

4．解： $U=-\frac{\partial}{\partial\beta}\ln\Xi=\frac{3}{2\beta}\frac{16\pi V}{15h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}(-\alpha)^{5/2}(1+\frac{5\pi^2}{8\alpha^2})=\frac{3}{2\beta}\ln\Xi$ （4 分）

$p=\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial V}\ln\Xi=\frac{1}{\beta}\frac{16\pi}{15h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}(-\alpha)^{5/2}(1+\frac{5\pi^2}{8\alpha^2})=\frac{1}{\beta V}\ln\Xi$ （4 分）

$$\overline{N}=-\frac{\partial}{\partial\alpha}\ln\Xi=\frac{16\pi V}{15h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}\frac{5}{2}(-\alpha)^{3/2}(1+\frac{5\pi^2}{8\alpha^2})+\frac{16\pi V}{15h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}(-\alpha)^{5/2}\frac{5\pi^2}{4\alpha^3}$$
$$=\frac{8\pi V}{3h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}(-\alpha)^{3/2}(1+\frac{5\pi^2}{8\alpha^2})-\frac{8\pi V}{3h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}(-\alpha)^{3/2}\frac{\pi^2}{2\alpha^2}$$
$$=\frac{8\pi V}{3h^3}(\frac{2m}{\beta})^{3/2}(-\alpha)^{3/2}(1+\frac{\pi^2}{8\alpha^2})$$

（4 分）

$S=k(\ln\Xi-\alpha\frac{\partial\ln\Xi}{\partial\alpha}-\beta\frac{\partial\ln\Xi}{\partial\beta})=k(\ln\Xi+\alpha\overline{N}+\beta U)=k(\frac{5}{2}\ln\Xi+\alpha\overline{N})$ （2 分）

云 南 师 范 大 学 课 程 考 试

试 卷 参 考 答 案 及 评 分 标 准

课程名称：《热力学统计物理》　　考试班级：__08 物理类__

试卷编号：__B卷__　命题教师签名：______　______年___月___日

一．　判断题（每小题 2 分，共 20 分，请在括号内打“√”或“×”）

1 √　2 √　3 ×　4 √　5 ×　6 ×　7 √　8 ×　9 √　10 √

二．　填空题（每空 2 分，共 20 分）

1、化学势，一阶偏导数；2、$(\frac{\partial T}{\partial p})_S = \frac{VT\alpha}{C_p}$；3、$R = kN_0$；4、$p^\alpha = p^\beta + \frac{2\sigma}{r}$

5、$S = k\ln\Omega$，$a_l = \frac{\omega_l}{e^{\alpha+\beta\varepsilon_l}-1}$6、玻色 7、$p(0) = \frac{2}{5}n\mu(0)$　8、相等的

三．简述题（每小题 8 分，共 16 分）

简答（略）

四．计算题（6 分、12 分、12 分、14 分，共 44 分）

1、解：证明：由理想气体状态方程 $pV = nRT$，（1 分）

求出偏导数$(\frac{\partial p}{\partial T})_V = \frac{nR}{V}$（2 分），$(\frac{\partial V}{\partial T})_p = \frac{nR}{p}$（2 分），

代入 $C_p - C_V = T(\frac{\partial p}{\partial T})_V(\frac{\partial V}{\partial T})_p = \frac{Tn^2R^2}{pV} = nR$（1 分）

2、解：特性函数焓的全微分 $dH=(\frac{\partial H}{\partial S})_p dS+(\frac{\partial H}{\partial p})_S dp,$ （2 分）

比较热力学方程 $dH=TdS+Vdp$， （2 分）

得 $T=(\frac{\partial H}{\partial S})_p$， $V=(\frac{\partial H}{\partial p})_S$， （2 分）

内能 $U=H-pV=H-(\frac{\partial H}{\partial p})_S p$， （2 分）

自由能 $F=U-TS=H-(\frac{\partial H}{\partial p})_S p-(\frac{\partial H}{\partial S})_p S$ （2 分）

吉布斯函数 $G=H-ST=H-(\frac{\partial H}{\partial S})_p S$， （2 分）

3、 解：（1）分布函数 $f(v)=n\rho(v)=2\pi n(\frac{m}{2\pi kT})e^{-\frac{m}{2kT}v^2}v$ （2 分）

（2）最概然速率

令 $\frac{df(v)}{dv}=2\pi n(\frac{m}{2\pi kT})(1-\frac{m}{kT}v^2)e^{-\frac{m}{2kT}v^2}=0$

解出 $V_m=\sqrt{\frac{KT}{m}}$ （5 分）

（3） $\overline{V}=\int v\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})\int_0^\infty v^2e^{-\frac{m}{2kT}v^2}dv=\sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}$ （5 分）

4、解：（1） $z_1=\sum_l \omega_l e^{-\beta\varepsilon_l}=e^{\beta\mu B}+e^{-\beta\mu B}$ （2 分）

（2） $U=-N\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z_1=-N\mu B\frac{e^{\beta\mu B}-e^{-\beta\mu B}}{e^{\beta\mu B}+e^{-\beta\mu B}}=-N\mu B\tanh\frac{\mu B}{kT}$ （6 分）

（3） $$S=Nk(\ln z_1-\beta\frac{\partial}{\partial\beta}\ln z_1)=Nk\left[\ln(e^{\beta\mu B}+e^{-\beta\mu B})-\mu B\beta(\frac{e^{\beta\mu B}-e^{-\beta\mu B}}{e^{\beta\mu B}+e^{-\beta\mu B}})\right]$$
$$=Nk\left[\ln 2+\ln\cosh(\frac{\mu B}{kT})-\frac{\mu B}{kT}\tanh(\frac{\mu B}{kT})\right]$$ （6 分）

云南师范大学课程考试

试卷参考答案及评分标准

课程名称：《热力学统计物理》　　　　考试班级：__08 物理类__

试卷编号：__C 卷__　命题教师签名：__________ ______年___月___日

一．　判断题（每小题 2 分，共 20 分，请在括号内打“√”或“×”）

1√　2√　3×　4√　5√　6√　7×　8×　9√　10×

二．　填空题（每空 2 分，共 20 分）

1、不连续；2、可逆卡诺热机；3、$(\frac{\partial T}{\partial H})_S=\frac{CV\mu_0}{C_H T}H$；4、$C_V>0,(\frac{\partial p}{\partial V})_T<0$；

4、$p^\beta=p^\alpha+\frac{2\sigma}{r}$；5、$S=k\ln\Omega$，$a_l=\omega_l e^{-\alpha-\beta\varepsilon_l}$；6、$\frac{3}{5}\mu(0)$；7、1

三．　简述题（每小题 8 分，共 16 分）

简答（略）

四．计算题（8 分、12 分、12 分、12 分，共 44 分）

1、证明：等温过程 $pV=C_1\Rightarrow \ln p+\ln V=\ln C_1\Rightarrow \frac{dp}{p}+\frac{dV}{V}=0\Rightarrow \frac{dp}{dV}=-\frac{p}{V}$

绝热过程

$pV^\gamma=C_2\Rightarrow \ln p+\gamma\ln V=\ln C_2\Rightarrow \frac{dp}{p}+\gamma\frac{dV}{V}=0\Rightarrow \frac{dp}{dV}=-\gamma\frac{p}{V}$

所以在绝热线和等温线相交点处（具有相同的 p,V），由于 $\gamma>1$，有 $\left|-\gamma\frac{p}{V}\right|>\left|-\frac{p}{V}\right|$，绝热线的斜率大于温线的斜率，故绝热线比等温线陡。（8 分）

2、解：内能特性函数的全微分 $dU=(\frac{\partial U}{\partial S})_V dS+(\frac{\partial U}{\partial V})_S dV$, （2 分）

比较 $dU=TdS-pdV$，（2 分）

得 $T=(\frac{\partial U}{\partial S})_V$， $p=-(\frac{\partial U}{\partial V})_S$，（2 分）

焓 $H=U+pV=U-(\frac{\partial U}{\partial V})_S V$，（2 分）

自由能 $F=U-TS=U-(\frac{\partial U}{\partial S})_V S$，（2 分）

吉布斯函数 $G=F+pV=U-(\frac{\partial U}{\partial S})_V S-(\frac{\partial U}{\partial V})_S V$，（2 分）

3、解：由 $\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})e^{-\frac{m}{2kT}v^2}vdv$，

$$f(v)=n\rho(v)=2\pi n(\frac{m}{2\pi kT})e^{-\frac{m}{2kT}v^2}v$$ （3 分）

$$\overline{V}=\int v\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})\int_0^\infty v^2e^{-\frac{m}{2kT}v^2}dv=\sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}$$ （3 分）

$$\overline{V^2}=\int v^2\rho(v)dv=2\pi(\frac{m}{2\pi kT})\int_0^\infty v^3e^{-\frac{m}{2kT}v^2}dv=\frac{2kT}{m}$$ （3 分）

$$\overline{(V-\overline{V})^2}=\overline{V^2}-\overline{V}^2=\frac{2kT}{m}-\frac{\pi kT}{2m}=(4-\pi)\frac{kT}{2m}$$ （3 分）

4、解：（1） $U=-\frac{\partial}{\partial\beta}\ln\Xi=\frac{\pi^2k^4V}{15c^3\hbar^3}T^4$ （3 分）

（2） $U=-\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial\beta}\ln\Xi=\frac{\pi^2k^4}{45c^3\hbar^3}T^4$ （3 分）

（3） $S=k(\ln\Xi-\beta\frac{\partial\ln\Xi}{\partial\beta})=k(\ln\Xi+\beta U)=\frac{4\pi^2k^4}{45c^3\hbar^3}T^4V$ （3 分）

（4）由斯特藩—玻耳兹曼定律 $J_u=\frac{1}{4}cu=\sigma T^4$ （3 分）

$$\sigma=\frac{\pi^2k^4}{60c^2\hbar^3}$$